

1) Determinați câte numere divizibile cu 3 sunt în mulțimea $\{ 1, 2, 3, \dots, 100 \}$?

2) Care este cel mai mic număr întreg m pentru care : $\frac{3m-1}{2} > \frac{2m+3}{6}$?

3) Găsiți perechile (x, y) de numere întregi (x, y) care satisfac :

$$x^2 + y^2 + 7 = 4(x - y).$$

4) Arătați că pentru orice numere $a, b, c > 0$ este adevărată inegalitatea

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6 ;$$

5) Spunem că o mulțime M de numere reale este o mulțime **interesantă** dacă pentru orice

$x, y \in M$ avem $x + y \in M$.

Stabiliți care dintre următoarele mulțimi este **interesantă** :

$A = \{ 2n / n \in \mathbb{Z} \}$, $B = (0, 3)$, $C = \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$. (justificați răspunsurile !)

6) Fie ABC un triunghi oarecare și D mijlocul laturii (BC) . Printr-un punct $P \in (DC)$ se duce o paralelă la mediana AD , care intersectează dreptele AB și AC în M , respective N . Demonstrați că : $AM \cdot AC = AN \cdot AB$.

7) În sistemul de axe de coordonate xOy se consideră punctele

$A_n (1, n)$, $B_n (2, n)$, $n \in \mathbb{N}$ și considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$.

a) Reprezentați grafic punctele A_0, A_1, B_1, B_2 ;

b) Calculați aria triunghiului $A_0B_0A_1$;

c) Arătați că punctele A_2 și B_1 sunt situate pe graficul funcției f ;

d) Câte drepte se pot forma cu elementele mulțimii $\{ A_0, A_1, B_1, B_2 \}$?

e) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care $f(2m) = 1$.